

Теория проектирования реляционных баз данных

Проблемы проектирования реляционных баз данных:

- логического проектирования;
- физического проектирования.

Последовательность нормальных форм в теории реляционных баз данных:

- первая нормальная форма (1NF);
- вторая нормальная форма (2NF);
- третья нормальная форма (3NF);
- нормальная форма Бойса-Кодда (BCNF);
- четвертая нормальная форма (4NF);
- пятая нормальная форма, или нормальная форма проекции-соединения (5NF или PJ/NF).

Основные свойства нормальных форм:

- каждая следующая NF в некотором смысле лучше предыдущей NF;
- при переходе к следующей NF свойства предыдущих NF сохраняются.

Функциональная зависимость (Functional Dependency (FD))

Пусть:

r – некоторое отношение,

$X, Y \in H_r$.

Тогда:

В отношении r атрибут **Y функционально зависит** от атрибута **X** в том и только в том случае, если каждому значению X соответствует в точности одно значение Y .

Обозначение:

$FD\ r.X \rightarrow r.Y$

X - детерминант (**определитель**) для Y ,

Y - зависимое от X .

СЛУЖАЩИЕ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N	ПРО_РУК
34	Иванов	22000	1	Иванов
35	Петров	18000	1	Иванов
36	Сидоров	18000	1	Иванов
37	Федоров	31000	2	Федоров
41	Сидоренко	21000	2	Федоров

Номера всех служащих уникальны $\Rightarrow \exists$ FD:

СЛУ_N $\rightarrow$ СЛУ_ИМЯ.

СЛУ_N $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП

СЛУ_N $\rightarrow$ ПРО_N

СЛУ_N $\rightarrow$ ПРО_РУК

{ СЛУ_N, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ СЛУ_ИМЯ

{ СЛУ_N, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП

{ СЛУ_N, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ ПРО_N

{ СЛУ_N, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ { СЛУ_ЗАРП, ПРО_N }

...

ПРО_N $\rightarrow$ ПРО_РУК

(из знания предметной области)

...

Если имена уникальны $\Rightarrow \exists$ FD:

СЛУ_ИМЯ $\rightarrow$ СЛУ_N

СЛУ_ИМЯ $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП

СЛУ_ИМЯ $\rightarrow$ ПРО_N

...

Исходя из тела отношения $\exists$ FD:

СЛУ_ЗАРП $\rightarrow$ ПРО_N

Интересны FD, которые должны выполняться всегда для любых значений отношения.

$A \in \text{Hr} - \text{ключ} \Rightarrow \forall B \in \text{Hr} \exists \text{FD } A \rightarrow B$

Если FD трактуются как ограничения целостности, то за их соблюдением должна следить СУБД $\Rightarrow$ одна из основных задач теории баз данных - уметь сократить набор FD до некоторого минимума, поддержка которого гарантирует выполнение, тем не менее, соблюдение всех зависимостей.

Тривиальная FD

FD $A \rightarrow B$ тривиальная : $B \in A$

Пример:

$ABC \rightarrow AB$

$\{СЛУ_ЗАРП, ПРО_НОМ\} \rightarrow СЛУ_ЗАРП$

$A \rightarrow A$

Тривиальная FD выполняется всегда и их нельзя трактовать как ограничения целостности.

Примеры логического вывода:

Отношение СЛУЖАЩИЕ.

Из FD $СЛУ_N \rightarrow \{СЛУ_ЗАРП, ПРО_N\} \Rightarrow$ FD $СЛУ_N \rightarrow СЛУ_ЗАРП$ и $СЛУ_N \rightarrow ПРО_N$.

Из FD $СЛУ_N \rightarrow ПРО_N$ и $ПРО_N \rightarrow ПРО_РУК \Rightarrow$ FD $СЛУ_N \rightarrow ПРО_РУК$

Транзитивная FD

FD $A \rightarrow C$ транзитивна $\Leftrightarrow \exists B \in Hr: \exists A \rightarrow B \ \& \ \exists B \rightarrow C \ \& \ !\exists C \rightarrow A$

Замыкание множества FD S

Такое множество FD S^+ , которое включает все FD, логически выводимые из множества S.

Аксиомы Армстронга

A, B и $C \in H_r$, (возможно составные, возможно имеющие непустое пересечение).

Тогда истинны следующие утверждения:

1. если $B \in A$, то $A \rightarrow B$ (**рефлексивность**);
2. если $A \rightarrow B$, то $AC \rightarrow BC$ (**пополнение**);
3. если $A \rightarrow B$ и $B \rightarrow C$, то $A \rightarrow C$ (**транзитивность**).

Истинность первой аксиомы:

следует из определения тривиальной FD, поскольку при $B \in A$ FD $A \rightarrow B$ является тривиальной и выполняется всегда.

Истинность второй аксиомы:

Пусть, что FD $AC \rightarrow BC$ не соблюдается.

$\Rightarrow \exists t_1$ и $t_2 \in Br : t_1\{AC\} = t_2\{AC\}$ (**a**), но $t_1\{BC\} \neq t_2\{BC\}$ (**b**).

По аксиоме (1) ($\exists$ тривиальная FD $AC \rightarrow A$) из равенства (**a**) $\Rightarrow t_1\{A\} = t_2\{A\}$ (**c**).

Из наличия FD $A \rightarrow B$ + (**c**) $\Rightarrow t_1\{B\} = t_2\{B\}$ (**d**).

Тогда из (**b**) + (**d**) $\Rightarrow t_1\{C\} \neq t_2\{C\}$,

Но из $\exists$ тривиальной FD $AC \rightarrow C$ по аксиоме (1) + (**a**) $\Rightarrow t_1\{C\} = t_2\{C\}$.

Противоречие $\Rightarrow$ FD $AC \rightarrow BC$ соблюдается.

Истинность третьей аксиомы:

Пусть, что FD $A \rightarrow C$ не соблюдается.

$\Rightarrow \exists t_1$ и $t_2 \in Br : t_1\{A\} = t_2\{A\}$, но $t_1\{C\} \neq t_2\{C\}$.

Из наличия FD $A \rightarrow B$ $\Rightarrow t_1\{B\} = t_2\{B\}$,

Из наличия FD $B \rightarrow C$ $\Rightarrow t_1\{C\} = t_2\{C\}$

Противоречие $\Rightarrow$ FD $A \rightarrow C$ соблюдается.

Аксиомы Армстронга:

1. если $B \in A$, то $A \rightarrow B$ (**рефлексивность**);
2. если $A \rightarrow B$, то $AC \rightarrow BC$ (**пополнение**);
3. если $A \rightarrow B$ и $B \rightarrow C$, то $A \rightarrow C$ (**транзитивность**).

Пять правил Дейта:

4. $A \rightarrow A$ (**самодетерминированность**) – прямо следует из правила (1);
5. если $A \rightarrow BC$, то $A \rightarrow B$ и $A \rightarrow C$ (**декомпозиция**) –
из правила (1) $\exists BC \rightarrow B$; + по правилу (3) $\Rightarrow A \rightarrow B$;
аналогично для C , из правила (1) $\exists BC \rightarrow C$ + по правилу (3) $\Rightarrow A \rightarrow C$;
6. если $A \rightarrow B$ и $A \rightarrow C$, то $A \rightarrow BC$ (**объединение**) –
из правила (2) (пополняя A и B) следует, что $A \rightarrow AB$ и $AB \rightarrow BC$;
+ из правила (3) следует, что $A \rightarrow BC$;
7. если $A \rightarrow B$ и $C \rightarrow D$, то $AC \rightarrow BD$ (**композиция**) –
из правила (2) (пополняя C и B) следует, что $AC \rightarrow BC$ и $BC \rightarrow BD$;
+ из правила (3) следует, что $AC \rightarrow BD$;
8. если $A \rightarrow BC$ и $B \rightarrow D$, то $A \rightarrow BCD$ (**накопление**) –
из правила (2) (пополняя только вторую BC) следует, что $BC \rightarrow BCD$;
из правила (3) следует, что $A \rightarrow BCD$.

Замыкание множества атрибутов на множестве функциональных зависимостей

Пусть

r - отношение, $Z \in H_r$, S - некоторое множество $\{FD\}$, выполняемых для r .

Тогда замыканием Z над S

$Z^+ = \{Y_i : \forall Y_i \in H_r : \exists FD Z \rightarrow Y_i \in S^+\}.$

Вариант алгоритма вычисления Z^+ :

$Z^+ = Z$

DO

$Z_{prev} = Z^+$

 FOR EACH $FD A \rightarrow B$ IN S DO

 IF $A \in Z^+$ THEN $Z^+ = Z^+ \cup B$

 END DO

UNTIL $Z^+ \neq Z_{prev}$

Пример работы алгоритма вычисления Z^+ :

Пусть $r \{A, B, C, D, E, F\}$ и $S = \{A \rightarrow D, AB \rightarrow E, BF \rightarrow E, CD \rightarrow F, E \rightarrow C\}.$

Требуется найти $\{AE\}^+$ над S .

$Z^+[0] = \{AE\}$

$FD A \rightarrow D, E \rightarrow C \Rightarrow Z^+[1] = \{ACDE\}$

$FD CD \rightarrow F \Rightarrow Z^+[2] = \{ACDEF\}$

$Z^+[3] = \{ACDEF\}$

Назначение Z^+ - проверка входит ли данная FD в замыкание $S^+.$

$FD Z \rightarrow B \in S^+ \Leftrightarrow B \in Z^+ \text{ (от } Z \text{ на } S)$

Суперключом отношения r называется $K \in H_r : \exists$ возможный ключ $A : A \in K$.

Следствия:

1. K – суперключ $\Leftrightarrow \forall A \in H_r : \exists FD K \rightarrow A$
2. K – суперключ $\Leftrightarrow K^+ == H_r$

Покрывание множества функциональных зависимостей:

Множество $FD S_2$ называется **покрытием множества $FD S_1$** , если любая FD , выводимая из S_1 , выводится также из S_2 .

Т.е., S_2 является покрытием S_1 тогда и только тогда, когда $S_1^+ \in S_2^+$.

Два множества $FD S_1$ и S_2 называются **эквивалентными**, если каждое из них является покрытием другого, т. е. $S_1^+ = S_2^+$.

Минимальное множество функциональных зависимостей

Множество FD S называется минимальным в том и только в том случае, когда удовлетворяет следующим свойствам:

1. правая часть любой FD из S является множеством из одного атрибута (простым атрибутом);
2. детерминант каждой FD из S обладает свойством минимальности; это означает, что удаление любого атрибута из детерминанта приводит к изменению замыкания S^+ , т. е. порождению множества FD, не эквивалентного S;
3. удаление любой FD из S приводит к изменению S^+ , т. е. порождению множества FD, не эквивалентного S.

Пример

СЛУЖАЩИЕ {СЛУ_Н, СЛУ_ИМЯ, СЛУ_ЗАРП, ПРО_НОМ, ПРО_РУК}.

Если СЛУ_Н - единственный возможный ключ, то минимальное множество:

FD {СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ИМЯ, СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП, СЛУ_Н $\rightarrow$ ПРО_НОМ, ПРО_НОМ $\rightarrow$ ПРО_РУК}

Пример не минимальных множеств:

1. {СЛУ_Н $\rightarrow$ {СЛУ_ИМЯ, СЛУ_ЗАРП}, СЛУ_Н $\rightarrow$ ПРО_НОМ, СЛУ_Н $\rightarrow$ ПРО_РУК, ПРО_НОМ $\rightarrow$ ПРО_РУК},
2. {СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ИМЯ, {СЛУ_Н, СЛУ_ИМЯ} $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП, СЛУ_Н $\rightarrow$ ПРО_НОМ, СЛУ_Н $\rightarrow$ ПРО_РУК},
3. {СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ИМЯ, СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП, СЛУ_Н $\rightarrow$ ПРО_НОМ, СЛУ_Н $\rightarrow$ ПРО_РУК, ПРО_НОМ $\rightarrow$ ПРО_РУК}

Из { СЛУ_Н, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП получаем СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП:

- есть СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ИМЯ, пополняя СЛУ_Н $\Rightarrow$
- СЛУ_Н $\rightarrow$ { СЛУ_Н, СЛУ_ИМЯ } + есть { СЛУ_Н, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП, по транзитивности
- СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП

Обратно из СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП получаем { СЛУ_Н, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП:

- рефлексивность: { СЛУ_Н, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ СЛУ_Н,
- + есть СЛУ_Н $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП, по транзитивности
- { СЛУ_Н, СЛУ_ИМЯ } $\rightarrow$ СЛУ_ЗАРП

Для любого множества FD S существует и может быть построено **эквивалентное** ему **минимальное множество S^-** . Такое множество, вообще говоря, не единственно.

Общая схема построения минимального эквивалентного множества S^- по заданному S .

1. Используя правило (5) (декомпозиции), приводим S к эквивалентному множеству FD S_1 , правые части FD которого содержат только простые атрибуты;
2. Для каждой FD из S_2 (начальное состояние S_1) : детерминант $D\{D_1, D_2, \dots, D_n\}$ $n > 1$, удаляем D_i , получая FD S_2 .
Если $S_2^+ \neq S_1^+$, то этот атрибут восстанавливается в S_2 .
Проверка выполняется для всех атрибутов из составных детерминантов S_2 по одному разу.
3. Для каждой FD $f \in S_3$ (начальное состояние S_2) :
Если $S_3^+ \neq (S_3 \text{ MINUS } \{f\})^+$, то $S_3 = S_3 \text{ MINUS } \{f\}$

Полученное множество S_3 - минимально и эквивалентно исходному множеству FD S .

ПРИМЕР построения минимального множества:

Отношение r $\{A,B,C,D\}$ и FD $S = \{A \rightarrow B, A \rightarrow BC, AB \rightarrow C, AC \rightarrow D, B \rightarrow C\}$.

1. декомпозиция - по правилу декомпозиции S эквивалентно множеству $S_1 \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, AB \rightarrow C, AC \rightarrow D, B \rightarrow C\}$.
2. удаление лишних атрибутов в определителях FD:
 - $AC \rightarrow D$ можно заменить на $A \rightarrow D$ (удалить атрибут C):
 $A \rightarrow C$ (пополняя A) $\Rightarrow A \rightarrow AC$; + транзитивность $\Rightarrow A \rightarrow D$,
и обратно из $\exists$ тривиальной $AC \rightarrow A$, + транзитивность $A \rightarrow D \Rightarrow AC \rightarrow D$,
таким образом C в детерминанте $AC \rightarrow D$ является избыточным.
3. удаление лишних FD:
 - $AB \rightarrow C$ – логически выводится и может быть удалена,
($A \rightarrow C$ + пополняя $B \Rightarrow AB \rightarrow BC$, а по правилу декомпозиции (5) $\Rightarrow AB \rightarrow C$)
 - $A \rightarrow C$ - логически выводится и может быть удалена,
($A \rightarrow B$ + $B \rightarrow C$ по правилу транзитивности $\Rightarrow A \rightarrow C$).

$\{A \rightarrow B, A \rightarrow D, B \rightarrow C\}$ - минимальное и эквивалентное исходному S по построению.

Минимальное покрытие множества функциональных зависимостей

Минимальным покрытием множества FD S называют любое минимальное множество FD S_1 , эквивалентное S .

Корректные и некорректные декомпозиции отношений

Декомпозициями без потерь могут считаться только такие декомпозиции отношения, которые обратимы, т. е. имеется возможность собрать исходное отношение из декомпозированных отношений без потери информации.

Пример

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N	ПРО_РУК
34	Иванов	22000	1	Иванов
37	Федоров	22000	2	Федоров

ДЕКОМПОЗИЦИЯ 1

СЛУ1

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП
34	Иванов	22000
37	Федоров	22000

СЛУ_N	ПРО_N	ПРО_РУК
34	1	Иванов
37	2	Федоров

СЛУ1 NATURAL JOIN СЛУ2

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N	ПРО_РУК
34	Иванов	22000	1	Иванов
37	Федоров	22000	2	Федоров

ДЕКОМПОЗИЦИЯ 2

СЛУ3

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП
34	Иванов	22000
37	Федоров	22000

СЛУ4

СЛУ_ЗАРП	ПРО_N	ПРО_РУК
22000	1	Иванов
22000	2	Федоров

СЛУ3 NATURAL JOIN СЛУ4

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N	ПРО_РУК
34	Иванов	22000	1	Иванов
34	Иванов	22000	2	Федоров
37	Федоров	22000	1	Иванов
37	Федоров	22000	2	Федоров

(причина - отсутствие в СЛУ4 FD СЛУ_ЗАРП → ПРО_N и СЛУ_ЗАРП → ПРО_РУК)

Теорема Хита о возможности проведения декомпозиции отношения без потерь

Пусть задано отношение $r \{A, B, C\}$ (A, B и C , в общем случае, являются составными атрибутами) и выполняется $FD A \rightarrow B$.

Тогда $r = (r \text{ PROJECT } \{A, B\}) \text{ NATURAL JOIN } (r \text{ PROJECT } \{A, C\})$.

Доказательство.

r – исходное отношение

$r1 == (r \text{ PROJECT } \{A, B\})$

$r2 == (r \text{ PROJECT } \{A, C\})$

$r3 == r1 \text{ NATURAL JOIN } r2$

1. Докажем что если $\{a, b, c\} \in r$, то $\{a, b, c\} \in r3$

$\{a, b, c\} \in r$

$\Rightarrow$ (по определению PROJECT) $\{a, b\} \in r1, \{a, c\} \in r2$

$\Rightarrow$ (по определению NATURAL JOIN) $\{a, b, c\} \in r3$

2. Докажем что если $\{a, b, c\} \in r3$, то $\{a, b, c\} \in r$

$\{a, b, c\} \in r3$

$\Rightarrow$ (по определению NATURAL JOIN) $\{a, b\} \in r1, \{a, c\} \in r2$

$\Rightarrow$ (по определению PROJECT) $\{a, b, X\} \in r, \{a, Y, c\} \in r$

Но в $r \exists FD A \rightarrow B \Rightarrow Y == b \Rightarrow \{a, b, c\} \in r$

Конец доказательства.

Пример СЛУЖАЩИЕ_ОТДЕЛЫ_ПРОЕКТЫ {СЛУ_N, СЛУ_ОТД, ПРО_N}.

СЛУ_ОТД ПРО

СЛУ_N	СЛУ_ОТД	ПРО_N
34	10	1
34	10	2
37	11	1
37	11	2

СЛУ_N → СЛУ_ОТД

СЛУ_ОТД

СЛУ_N	СЛУ_ОТД
34	10
37	11

СЛУ_ПРО

СЛУ_N	ПРО_N
34	1
34	2
37	1
37	2

СЛУ_ОТД_ПРО == СЛУ_ОТД NATURAL JOIN СЛУ_ПРО

FD называется минимальной слева если детерминант нельзя уменьшить без изменения замыкания.

Атрибут В минимально зависит от атрибута А, если $\exists$ минимальная слева FD $A \rightarrow B$.

Например:

В множестве FD { СЛУ_N → СЛУ_ЗАРП, {СЛУ_N, СЛУ_ИМЯ} → СЛУ_ЗАРП }.

СЛУ_ЗАРП зависит от {СЛУ_N, СЛУ_ИМЯ} не минимально.

Диаграммы функциональных зависимостей

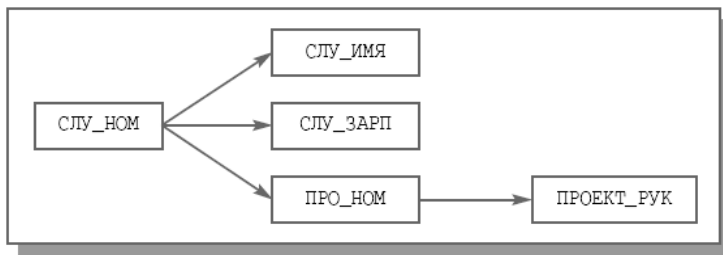


Диаграмма минимального множества FD отношения СЛУЖАЩИЕ